Chapitre 1

# Du temps irréversible

## 1.1. Le temps et l'espace

L'immense faculté d'adaptation de la nature suscite chez l'homme un sentiment étrange. Le temps semble remonter son cours impérieux habituellement orienté vers le désordre et la mort. Une certaine euphorie peut surgir de la certitude de posséder « quelques parts » d'immortalité. L'objet de cet ouvrage est de montrer que ce sentiment s'appuie sur une réalité physique et sur un fondement mathématique - plus précisément géométrique - qui excluent le rôle d'une téléonomie cachée, contrepartie à l'idée prégnante, mais fausse, selon laquelle il n'est d'irréversibilité que mesurée par un observateur.

Prenant le contre-pied du paragraphe « Temps et responsabilité » du livre d'Etienne Klein sur le temps [KLE 95], nous affirmerons que la création par l'homme du concept de temps a été la marque, la démonstration de la « liberté humaine », car il n'existe pas « d'étalon temporel ». L'espèce humaine a donc progressivement appris à le connaître, à l'aménager, à l'adapter, à le parcourir en tout sens en dépit de la flèche qui l'oriente. Nous avons appris à y faire des arabesques, à en modifier la forme et le contenu alors même qu'il s'agit d'une abstraction sans contenu physique directement appréhendé. Toutes les créations issues du cerveau humain, en premier lieu les mathématiques et la poésie, sont l'expression de la liberté qui marque le flux temporel [KLE 94].

Sous la contrainte des étalons, l'espace est par contre la marque de notre faiblesse ; sa modification exige efforts et concentration. Dans l'ombre, il modifie les choses jusqu'à faire de l'homme, au terme de la vie, une poussière d'âme. C'est parce que nous sommes plongés dans l'espace que le temps est la borne impérieuse de notre condition. Tel est précisément ce qu'affirme la loi d'Ohm en inférant que l'amplitude des « actions » (flux) qu'il nous est possible de mettre en œuvre est, en première approximation, proportionnelle aux différences d'état (potentiel) entre deux points distincts de l'espace. Le facteur de proportionnalité, expression de l'irréversibilité de nos actes, est, avec bonheur, appelé « résistance ». La résistance marque l'hostilité que suscite la volonté humaine, lorsqu'elle est l'expression de la détermination de notre action. Bien que la notion de résistance soit une des toutes premières notions de physique enseignées dans les classes élémentaires, elle reste paradoxalement totalement infondée sur le plan mathématique.

L'orientation de la flèche du temps justifie aujourd'hui l'usage généralisé du concept, unique et *a priori* élémentaire, de résistance. Preuve de l'ambiguïté de nos évidences pédagogiques, la notion de résistance, à la différence des notions de capacité et d'inductance, repose sur la double condition d'infinitude du temps et de l'espace, qui fait d'une vitesse la source de l'irréversibilité. Ainsi, la production locale de chaleur à laquelle fait référence la résistance, phénomène macroscopique par excellence, serait due à des conditions aux limites, par ailleurs jamais atteintes : le comportement à temps et/ou à résolution infini(s). N'y a-t-il pas là un paradoxe fondateur ?

### 1.2. L'irréversibilité et l'entropie

L'irréversibilité d'un phénomène physique est une donnée assez générale des processus présentant un développement dans le temps. Toute action est fatigante. Un effort est toujours pénible, il conduit à un dégagement de chaleur.

Il est habituel d'affirmer qu'un système évolue de manière irréversible lorsqu'il tend vers un état final unique, quel que soit son état initial. Il existe donc, dans ce cas, une direction d'évolution privilégiée. On dit qu'il existe une flèche du temps. C'est l'existence de phénomènes irréversibles qui permet de fixer le sens d'écoulement objectif d'un paramètre de représentation des systèmes dynamiques qu'on appelle le temps.

Un exemple caractéristique est fourni par le phénomène de conduction thermique : si l'on met un corps à température élevée en contact avec un corps plus froid, la chaleur passera spontanément du corps chaud vers le corps froid. Ce processus se poursuit jusqu'à un état final correspondant à l'égalité des températures. Le passage spontané de la chaleur du corps froid vers le corps chaud est impossible sans l'usage d'une machine. Le vieillissement biologique nous fournit une autre illustration de l'irréversibilité, liée ici aux réactions chimiques associées au métabolisme.

Le deuxième principe de la thermodynamique formalise mathématiquement le contenu du concept d'irréversibilité. Il est formulé comme un bilan qui concerne la variation d'une fonction d'état, appelée *entropie,* communément désignée par la lettre S. La variation dS de l'entropie au cours de la transformation d'un système peut être décomposée en deux parties : la variation $dS_e$ due à l'échange d'énergie et de matière entre le système et le monde extérieur, et la variation $dS_i$ due à la création ou à la disparition d'entropie au sein du système :

$$dS = dS_e + dS_i \qquad [1.1]$$

Cette propriété définit une grandeur thermodynamique dite *extensive* car son évaluation physique relève de la numération, donc de l'arithmétique, et non de la théorie de la mesure. Il existe en conséquence des flux d'entropie dont le bilan d'échange doit être calculé, d'une part, à partir d'une intégration sur la surface du système et, d'autre part, à partir d'une intégrale de volume. L'arithmétique exige alors un substrat géométrique. Le deuxième principe de la thermodynamique se formule au moyen d'une inégalité :

$$dS_i \geq 0 \qquad [1.2]$$

Le signe d'égalité correspond à des transformations réversibles. Dès lors, dans tous les cas de transformation spontanée, les transformations irréversibles apportent une contribution positive à l'accroissement d'entropie. L'entropie ne peut que croître dans un système par suite des transformations irréversibles qui s'y produisent. Dans un système isolé ($dS_e = 0$), la croissance de l'entropie ne s'arrête que lorsque le système atteint l'équilibre thermique. Voilà pourquoi l'entropie est un véritable « indicateur d'irréversibilité ».

Tout en reconnaissant l'importance de l'irréversibilité, les thermodynamiciens classiques ont souvent été gênés par son universalité. La raison en est la forme particulière du deuxième principe, qui relève d'une inégalité. Les lois physiques portant sur l'entropie ne permettent pas la mesure des valeurs exactes des grandeurs liées à cette extensité. Dans l'incapacité de calculer explicitement la croissance de l'entropie d'un phénomène irréversible, les scientifiques ont dû imaginer des conditions idéales formalisées par la relation $dS_i = 0$.

Un grand progrès a été réalisé lorsque l'on a réussi à évaluer explicitement la production d'entropie de phénomènes irréversibles : on disposa dès lors d'une mesure quantitative. Les grands noms liés au développement de ces idées sont ceux de T. de Donder, L. Onsager et I. Prigogine.

Le point de départ de l'évaluation de la production d'entropie est une formule, due à J.W. Gibbs, qui relie la variation d'entropie dS à la vitesse de variation des grandeurs intensives (relevant de la mesure) et extensives (relevant de la simple cardinalité d'un ensemble). Cette équation correspond, terme à terme, à la relation [1.1]. Un examen minutieux des équations montre que la production locale d'entropie a une forme très remarquable correspondant à une simple somme de produits entre des flux et les forces qui les génèrent, soit :

$$dS_i = \sum_i J_i X_i \qquad [1.3]$$

où $X_i$ représente la *force généralisée*, cause du phénomène irréversible désigné par l'indice i ; $J_i$ représente le flux associé à ce phénomène. Par exemple, dans la conduction thermique, $X_i$ est proportionnel au gradient de la température, qui est la cause du flux de chaleur $J_i$. La forme bilinéaire doit être définie positive en vertu du second principe.

Pour aller plus loin, il faut connaître les lois qui relient les flux aux forces généralisées : $J_i = J_i(X)$. Si l'on se place suffisamment près de l'équilibre (où $X_i = 0$ et $J_i = 0$, $\forall i$), on peut développer ces expressions en série et se limiter au terme de premier ordre, soit :

$$J_i(X_i) = k\, X_i \qquad [1.4]$$

Ce type de loi définit le domaine de la *thermodynamique linéaire*. Des cas particuliers sont connus depuis le XIX$^e$ siècle. Par exemple, la loi empirique de Fourier affirme que, dans un système siège d'un gradient de température (à l'exclusion de toute autre force), le flux de chaleur est proportionnel au gradient de la grandeur intensive associée au flux. La divergence du flux, donc du gradient, étant un Laplacien, et ce dernier étant l'opérateur habituel applicable aux processus de transport, l'idée selon laquelle l'irréversibilité est très généralement le résultat d'un phénomène de transport est devenue très naturellement un paradigme. Elle le reste aujourd'hui encore. Le coefficient de proportionnalité (dans cet exemple, la conductivité thermique), cas particulier de constantes $L_{ii}$, plus générales, est donc appelé *coefficient de transport*. Ces coefficients sont des grandeurs physiques accessibles à la mesure expérimentale. Ils caractérisent la réponse du système envisagé aux stimuli extérieurs. Onsager a établi en 1931 une loi fondamentale qui relie ces nombres entre eux. Toutes choses égales par ailleurs, les coefficients de transport obéissent aux relations de réciprocité suivantes :

$$L_{ij} = L_{ji} \qquad [1.5]$$

Les relations fournissent des correspondances entre des phénomènes physiques très différents, et sont à la base d'un grand nombre de lois linéaires mais aussi non linéaires par couplages multiples (gravitation, champ magnétique).

Les relations d'Onsager et les lois linéaires de même type ont cependant un domaine de validité limité. C'est seulement au cours des années quarante [PRI 47] que l'on a commencé à étudier systématiquement la thermodynamique non linéaire loin de l'équilibre ou de l'état stationnaire. Sans entrer dans les détails, signalons que, dans ces domaines, apparaissent des phénomènes tout à fait nouveaux et remarquables. Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'équilibre, les régimes simples prédits par les lois linéaires deviennent instables, et le système « saute » sur des branches d'évolution concurrentes qui ont pour propriété principale de donner lieu à une structuration de l'espace (par exemple les rouleaux de Bénard) ou du temps (réactions oscillantes à partir de systèmes initialement homogènes). Ces structures, dites dissipatives, jouent un rôle déterminant, et maintenant reconnu aussi bien en hydrodynamique qu'en chimie et en biologie [GLA 71].

La thermodynamique fournit certes des relations précieuses entre des coefficients associés à des grandeurs extensives différentes, cependant elle ne permet pas de calculer la valeur de ceux-ci. Pour résoudre ce problème, on fait appel à la mécanique statistique. Nous verrons qu'il y a là à la fois un paradoxe et un artefact. Le principe de la démarche est ici est de retrouver les coefficients macroscopiques de l'irréversibilité à partir des propriétés microscopiques que l'on suppose contrôlées par la mécanique réversible. La théorie de non-équilibre s'est heurtée à des difficultés majeures dont une grande partie n'est pas encore résolue.

L'objet du présent ouvrage est d'éclairer ces difficultés à la lumière de la géométrie afin de tenter de faire évoluer une problématique aujourd'hui partiellement bloquée. Pour ce faire, il est nécessaire de faire un retour arrière en réexaminant les travaux de Boltzmann.

### 1.3. Les travaux de Boltzmann

Considérons par exemple un gaz composé de N particules ponctuelles (extensités), enfermées dans un volume V, qui interagissent. Si l'on admet que les lois de la mécanique classique constituent une approximation suffisante (ce qui est souvent le cas dans ce type de problèmes) pour la description de la mécanique multicorps du problème, l'évolution du système est décrite par les 6 N équations de Hamilton, qui donnent la variation temporelle des 3 N coordonnées $q_i$ et des 3 N moments conjugués $p_i$. A partir de ces équations, on déduit une équation unique qui gouverne la fonction de distribution $F(q_1, \ldots, q_N, p_1, \ldots, p_N, t)$. Celle-ci représente la densité de probabilité permettant de trouver, à l'instant t, la particule *i* au point de coordonnées $q_i$ avec l'impulsion $p_i$. L'équation d'évolution, appelée *équation de Liouville*, s'écrit :

$$\frac{\partial F}{\partial t}=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial F}{\partial p_i}-\frac{\partial H}{\partial p_i}\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}\right) \tag{1.6}$$

où H est l'hamiltonien du système. Cette équation, qui s'appuie sur l'aspect microscopique du problème, est à la base de la mécanique statistique. Cette équation ne change pas si l'on inverse le signe du temps et le signe des impulsions : $t \rightarrow -t$, $p_i \rightarrow -p_i$. Autrement dit, l'équation de Liouville décrit un mouvement réversible. Comment, dès lors, réconcilier la réversibilité fondamentale des mouvements des molécules avec l'irréversibilité observée à l'échelle macroscopique ? La théorie cinétique de Boltzmann a eu pour objet, en son temps, de répondre à cette question. Cette théorie concerne la fonction de distribution réduite $f_i$ (q, p ; t) (densité de probabilité de trouver une particule en q avec l'impulsion p, à l'instant t). Celle-ci s'obtient à partir de F par intégration sur les variables de toutes les particules excepté une. Au moyen d'arguments semi-intuitifs, Boltzmann a établi une équation, qui porte son nom.

$$\frac{\partial f}{\partial t}=-\frac{p}{m}\frac{\partial f}{\partial q}-c\{f\circ f'\} \tag{1.7}$$

Cette équation exprime le fait que, dans un gaz dilué, la variation temporelle de $f_i$ est due (en l'absence de forces extérieures), d'une part, au mouvement libre des molécules et, d'autre part, aux collisions entre molécules, dont l'effet s'exprime par le terme non linéaire {fof'}. L'équation décrit alors une évolution irréversible. En particulier, Boltzmann a démontré le « théorème H », qui concerne en fait l'entropie (ici référencée à H) et définie comme suit :

$$H=-k\int f.\ln f'dp \tag{1.8}$$

Si l'on calcule la dérivée par rapport au temps de cette grandeur, on trouve une équation qui prend exactement la forme d'une équation de bilan. Lorsque le gaz atteint l'équilibre, la fonction de distribution est caractérisée par une loi exponentielle dite de Maxwell. La grandeur H possède donc toutes les propriétés requises de l'entropie thermodynamique.

La théorie de Boltzmann fait clairement apparaître les collisions donc les corrélations comme la source de l'irréversibilité. Mais quel sens physique peut bien avoir ce constat ? Dès sa publication, la théorie de Boltzmann s'est heurtée à des difficultés sérieuses et à des oppositions farouches. Celles-ci ont été cristallisées par deux principaux critiques, J.J. Loschmidt, A. Zermelo sous la forme de deux paradoxes célèbres.

*Paradoxe de la récurrence.* En vertu d'un théorème de Poincaré, tout système mécanique *de dimension finie* qui passe par une série d'états entre les instants $t_1$ et $t_2$ passera de nouveau dans un voisinage aussi petit que l'on veut de cette séquence après un temps fini. Il en résulte que l'entropie, définie selon Boltzmann comme une fonction d'état, ne peut pas être une fonction monotone croissante, mais doit être une fonction quasi périodique. Le temps de récurrence est certes long ($10^{1\,000}$ années) mais cet argument remet très sérieusement en cause les hypothèses de Boltzmann même si, avec l'ordre de grandeur qui le caractérise, l'argument de la récurrence n'a pas grande valeur pratique.

*Paradoxe de l'inversion des vitesses.* Considérons un système mécanique qui évolue spontanément à partir d'un état initial et atteint un certain état au temps $t = t_0$. L'entropie associée augmente pendant ce temps. Imaginons qu'à l'instant $t_0$, on inverse exactement les vitesses de toutes les particules. A partir de cet état, le système retracera exactement le chemin parcouru précédemment et, à l'instant $t = 2t_0$, il retrouvera sa condition initiale. Pendant ce temps, l'entropie du système doit diminuer, en contradiction avec le résultat de Boltzmann.

En réalité, la théorie cinétique de Boltzmann n'est pas une théorie mécanique exacte. Elle combine les lois du mouvement fournies par la mécanique avec des hypothèses probabilistes, justifiées par le grand nombre de particules et la grande complexité de leurs multiples trajectoires. D'où une fois de plus l'idée selon laquelle le transport et sa statistique sont à l'origine de l'irréversibilité bien plus que les collisions qui peuvent être considérées comme réversibles.

La théorie statistique moderne de l'irréversibilité se donne pour objectif de généraliser les idées de Boltzmann et de résoudre – sans compromis – les paradoxes de l'irréversibilité dans le cadre de la mécanique statistique, classique ou quantique. Un examen attentif des travaux effectués montre que la démarche qui part de la dynamique pour arriver à l'irréversibilité se heurte encore à de nombreuses difficultés.

Selon les avancées actuelles, l'entropie serait le résultat d'une incertitude macroscopique quant aux conditions de localisation dans le temps et dans l'espace. Le conditionnel n'excluant pas la certitude, la confusion est installée pour bien longtemps. L'entropie, entité extensive, prend en effet paradoxalement un statut ambigu fondé sur la seule statistique. Ce statut a été conforté par la théorie de l'information de Shannon, qui avance la célèbre formule :

$$S = \sum_i S_i = -R \sum_i P_i \ln P_i \qquad [1.9]$$

où $P_i$ est une probabilité d'occurrence d'un état d'entropie $S_i$. Un rapide calcul conduit à l'expression cachée d'une loi exponentielle de plus régissant la physique :

$$P_i = \exp\left(-\frac{S_i}{P_i R}\right) \qquad [1.9']$$

Hommage tardif rendu à un physicien mal compris, cette expression est qualifiée au moyen de deux noms, celui de Maxwell et celui de Boltzmann. Elle n'est valable que pour des corrélations relevant de la loi des grands nombres.

Le schéma de pensée moins ambitieux que propose cet ouvrage permet de considérer le problème à rebours en partant d'une analyse géométrique de trajectoires déterministes non rectifiables, et en examinant le rôle de la non rectifiabilité sur l'irréversibilité.

## 1.4. Transport et transfert

Etant donnée l'importance de l'idée de « transport » et corrélativement de celle de « trajectoire » tant dans la théorie que dans ses critiques, il est nécessaire d'en analyser la consistance. Nous nous proposons de le faire en utilisant essentiellement l'outil moderne de géométrie fractale, archétype de géométries non rectifiables [MAN 75] ; [LeM 90].

Une entité « O » comme objet comptabilisable, donc appelée extensive par les thermodynamiciens, doit parcourir un chemin pour aller d'un point A à un point B. Ce « transport » est engendré par une contrainte (force) par exemple une différence de concentration de « O » entre A et B. L'irréversibilité aurait pour origine la complexité des trajectoires qui peuvent rester déterministes. Si la notion de complexité n'est pas définie, le recours à la statistique devient nécessaire.

Paradoxalement selon les différentes analyses, y compris celle de Boltzmann, l'irréversibilité apparaîtrait même si les collisions locales qui engendrent la multiplicité des trajets ne dissipent aucune énergie, d'où l'accent mis sur le concept de probabilité et, *in fine*, l'échec apparent de la démarche d'un des plus grands physiciens de son temps. Les critiques qui s'exercent encore à son encontre et la mise en exergue des paradoxes semblent volontairement ignorer plusieurs faits patents.

Sachant que l'irréversibilité présuppose un changement d'état et corrélativement un mouvement d'extensité, beaucoup d'analystes semblent oublier qu'il existe des processus irréversibles hors « transport ». Il s'agit de phénomènes qui ne peuvent faire intervenir des opérateurs Laplaciens parce qu'ils relèvent de comportements singuliers et ne sont pas descriptibles au moyen de la géométrie différentielle. A titre d'exemple, il est parfaitement possible de concevoir un processus de changement d'état idéal opéré sur un interface de type échelon d'Heaviside spatial donnant lieu à un processus de « transfert » infiniment localisé. Un tel phénomène peut être irréversible. De multiples exemples de limitations irréversibles par transfert sont connus par exemple en chimie et en électrochimie. La dissipation se développe sur l'épaisseur d'une couche double ionique (typiquement 10 Angströms) sans intervention de phénomène de diffusion, donc de transport Laplacien. Il paraît donc paradoxal d'associer irréversibilité et transport. Autre exemple, le coût non nul du transfert d'un électron ou d'un spin au passage d'une porte quantique.

Intuitivement, les processus de transport pourraient être dissipatifs parce que chaque pas élémentaire – transfert – accumulé au long d'une trajectoire engendre une perte énergétique. Autrement dit, il existerait un facteur élémentaire local d'irréversibilité à intégrer sur la trajectoire. Il est cependant difficile de concevoir que la réduction à zéro de ce coût de collision (collision élastique) ne conduise pas à un coût global nul. Or tel est bien le cas.

### 1.5. Prigogine à propos de Boltzmann

L'existence de plusieurs origines distinctes de l'irréversibilité, sans lien direct avec la statistique, explique l'échec de Boltzmann dans une tentative prématurée pour avancer une réponse dont il eut l'intuition. Il est intéressant à cet égard de reprendre *in extenso* le commentaire qu'en fait Prigogine dans son dernier ouvrage *La fin des certitudes* [PRI 96]. Il écrit : « Boltzmann a soutenu qu'on ne peut pas comprendre le second principe, et l'augmentation spontanée d'entropie qu'il prédit c'est-à-dire l'irréversibilité, si l'on reste attaché à la description des trajectoires dynamiques individuelles. Ce sont les collisions innombrables au sein d'une population de particules qui produisent la dérive globale que décrit l'augmentation de l'entropie. » Il est clair qu'il ne s'intéressait pas aux collisions dissipatives.

A ce stade, l'irréversibilité aurait pour origine selon l'expression de J. de Rosnay, le « macroscope » donc l'imprécision de nos outils, et Prigogine poursuit : « En 1872, Boltzmann publia son « théorème H ». Il propose un analogue microscopique de l'entropie, la fonction H. Le théorème de Boltzmann met en scène la manière dont les collisions à chaque instant modifient la distribution des vitesses au sein d'une population de particules. Il démontre que ces collisions ont pour effet de diminuer la valeur de la fonction H jusqu'à un minimum qui correspond à ce qu'on appelle la distribution d'équilibre de Maxwell-Boltzmann. En cet état, les collisions ne modifient plus la distribution des vitesses dans la population, et la grandeur H reste constante. Autrement dit, les collisions entre particules apparaissent comme le mécanisme microscopique qui conduit le système à l'équilibre. » Ces collisions peuvent être réversibles, d'où le paradoxe non soluble sans la mise en place d'un outil d'analyse qui transcende les hypothèses initiales.

Il fut vite fait un sort aux idées de Boltzmann, sort qui, allié à une fragilité personnelle, le conduisit au suicide. En fait selon les collègues du physicien : « le rôle des collisions n'est qu'apparent, lié au fait que nous étudions la distribution des vitesses au sein d'une population, et non la trajectoire individuelle de chaque particule. Dès lors, l'état d'équilibre ne serait que l'état le plus probable. Sa définition serait relative à son caractère macroscopique approximatif », et d'émettre l'opinion encore commune aujourd'hui selon laquelle « l'irréversibilité n'est que le fruit de nos défauts de mesure. Sans observateur, il n'est pas d'irréversibilité. En d'autres termes, l'irréversibilité ne traduirait pas une propriété fondamentale de la nature, elle ne serait qu'une conséquence du caractère approximatif, macroscopique, de la description Boltzmanienne ». Cette opinion est de toute évidence partiellement erronée et mérite, comme le fait Prigogine, d'être dénoncée. Cependant comme nous le verrons sans faire référence à la statistique, les deux opinions contiennent conjointement leur part de vérité.

### 1.6. Irréversibilité et géométrie fractale

La géométrie, sous réserve qu'elle soit non rectifiable, c'est-à-dire qu'elle mette en échec la pertinence de la notion de dérivabilité, contient des facteurs d'irréversibilité que le phénomène physique véhicule mais qu'il ne crée pas. La géométrie est source d'irréversibilité, bien que l'espace soit une entité donnée comme « être étant » non comme « être en devenir ».

La thèse que nous nous proposons de défendre se fonde sur l'abandon de la différentiabilité de l'espace, abandon qui exige d'introduire très naturellement un paramètre longtemps ignoré du physicien : l'échelle $\eta$ d'analyse, outil privilégié de la théorie mathématique de la mesure. Observons en anticipant les confusions induites par la terminologie, que cette théorie ne suppose en rien la nécessité d'une mesure physique, donc d'un observateur, mais seulement la référence à des concepts qui exigent l'usage de la notion d'échelle, sans nécessaire lien de dépendance avec la métrologie physique.

Au sens général introduit par Mandelbrot en 1975 [MAN 75], la géométrie est fractale dès lors que, *quelle que soit l'échelle de description*, l'objet géométrique est brisé à tout endroit par des singularités. Cette brisure est l'image géométrique de collisions au sens de Boltzmann ; nous y reviendrons. Toutes les grandeurs physiques, ayant une telle géométrie pour support, dépendront *a priori* de la résolution, il en sera de même des équations de comportement associées qui devront intégrer ce paramètre. Mais comment ?

Donnons un exemple des difficultés. L'entropie exige pour être définie une partition géométrique, le découpage en boîtes virtuelles, souvent présenté comme un jeu d'enfant : le jeu des cubes [PRI 93]. Or cette partition se révèle particulièrement complexe dans certaines circonstances qui nous ont été révélées lorsque nous nous sommes interrogés sur les opérations de partitions dans les milieux complexes modélisables par des géométrie fractales (cf. chapitre 2). *Ces milieux apparaissent à l'examen comme des milieux certes compacts mais ouverts au sens mathématique du terme, donc sans bord. Ce constat bride alors la démarche de partition et rend caduc tout calcul statistique traditionnel portant sur des grandeurs extensives, donc en particulier de la grandeur appelée entropie. Ainsi, toutes les grandeurs de type densité perdent leur signification et avec elles les grandeurs macroscopiques dérivées en particulier les grandeurs statistiques.*

C'est en s'interrogeant sur le concept d'ouverture et de fermeture d'un système qu'en 1982 un des auteurs publiait une courte note dans laquelle il montrait le lien entre la géométrie fractale et l'irréversibilité attachée aux échanges d'énergie dans des milieux complexes à métrique fractale [LeM 82]. Les opérateurs de dérivation d'ordre non entier, alors curiosités de laboratoires, étaient les vecteurs de ce lien. D'autres opérateurs différentiels ont, depuis lors, été construits aux mêmes fins [NOT 93].

Ces travaux avaient pour objet d'associer les travaux de Prigogine en thermodynamique des processus irréversibles et les travaux mathématiques de Mandelbrot. Ils ne conduisaient en rien à une description statistique mais l'analyse conjuguait avec une grande efficacité pratique les propriétés des géométries fractales et la théorie des distributions, deux descriptions non locales d'une réalité formalisable dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, qui se voulait très éloignée du chaos statistique et dont la définition pouvait se limiter, sans rien renier de l'émergence de l'irréversibilité, à une précision finie appliquée à une géométrie déterministe. Ainsi, pour la première fois à notre connaissance, l'irréversibilité n'émergeait ni de la statistique ni de conditions aux limites inaccessibles à la mesure mais de l'existence même de lois de corrélation *déterministes* ici dans l'ordre des échelles, accessibles par une mesure à n'importe quelle échelle.

Plus subtile, l'analyse conduisait à faire dépendre l'irréversibilité de la métrique de l'espace, une des conséquences importantes très tôt soulignée étant que pour certaines conditions, la flèche du temps peut macroscopiquement disparaître même si elle subsiste microscopiquement. Le milieu et son environnement ne font alors plus qu'un. Un tel résultat exclut *de facto* que l'irréversibilité du temps soit issue de la seule méconnaissance induite par l'imprécision de nos mesures expérimentales.

Nous développerons mathématiquement dans cet ouvrage les raisonnements originaux permettant de parvenir à ces conclusions en soulignant le rôle spécifique que doit alors jouer la convolution de distribution. Nous montrerons que ce facteur qui se substitue à l'idée erronée d'un nécessaire observateur, conduit tout « échange » à véhiculer une entropie élémentaire ici calculable explicitement. Nous montrerons pourquoi et comment l'hypothèse géométrique permet d'appuyer l'analyse de Prigogine lorsqu'il affirme que la description du phénomène irréversible exige une description plus riche que la description individuelle et en termes de trajectoires [PRI 96]. Nous montrerons aussi pourquoi la disparition de la trajectoire rectifiable n'induit pas nécessairement une description probabiliste.

Loin de la théorie malgré les apparences, la contribution que nous apportons est fondée sur le pragmatisme. Elle s'appuie sur un problème d'ingénierie pratique : les mécanismes d'échange d'énergie avec des objets présentant des propriétés d'échelle. Loin de réflexions philosophiques qui ont pour but de considérer les questions sans réponse assurée, l'ouvrage tente de montrer comment le problème technique posé par l'échange d'extensité sur des interfaces fractales éclaire, à son niveau, la problématique à laquelle est confronté l'ingénieur dans sa fonction quotidienne : une action efficace limitée dans le temps.